情報科学　2006　久野クラス　＃1

久野　靖*

2006.10.6

はじめに

こんにちは、久野です。今週から「情報科学 (金曜 2 限)」を開始します。この科目の目標は「情報科学の基本概念や思考方法をプログラミングを通して習得すること」となっています。ですから、学習内容としては理論的なものが含まれますが、それを「確認する」ためにプログラミングができることが必要です。

久野の基本的な信念は、「プログラミングができるようになるためには、コードを自分で書いて動かす経験を一定量積むことがどうしても必要である」というものです。

従って本クラスでは、授業時間のほかに時間外に (次の授業までの間に) やって頂く課題を出します。大学の授業は「講義 1 時間につき、その 2 倍の自習を行う」ことが前提となっていることに注意。この科目の場合は毎週 1.5 時間なのでその倍の 3 時間は最低、課題のために使ってください。もちろん課題をやるのに掛かる時間は人によって増減しますので、これより多くなってしまう人もいるとは思います。

その代わりというか、成績は毎回の課題 (および冬休み課題) のみによってつけるものとし、試験は行いません。

使用するプログラミング言語は、今年度においては「Ruby または Java」となっていますので、このクラスでは Java 言語を使用します。この講義で学ぶ範囲ではどちらの言語もそんなに違わないと思いますが、Java の方がいくらか大きなプログラムを書く場合に向いた言語だと思いますし、対話的グラフィクスをやるのには向いていると思います (「情報科学」的内容が順調に消化できそうならそういうものも入れてみたいです)。

Web

このクラスの Web サイトは

```
http://lecture.ecc.u-tokyo.ac.jp/~kuno/is06/
```

です。**ここに掲示等を出しますからこまめにチェックしてください**。出席/レポート課題等は久野宛のメールで提出してもらいますが、**それらのメールは原則としてここで公開**します。予め了承してください (公開されて困る内容は出席/レポート課題としては送らないこと)。なお、出席/レポートメールについては「@@@」(アットマーク 3 つ) で始まる行は削除してから掲載しますので、自分の名前を書く行にはこのおまじないをつけることを推奨します。たとえば次のような感じです。

```
@@@ 氏名: 久野　靖
えーと、このレポートは…(以下略)
```

ただし、レポート本文は隠さないこと。@@@で隠してもこちらで削除します。レポートを見ることは互いがどういうことを考えたかを知り他人から学ぶよい機会だと私は考えています。

また、皆様からの率直なご意見ご感想を伺いたいので、相談サーバにある掲示板を積極的に活用してください。質問 (Q&A) 用と雑談用があります。ハンドルでの書き込みも構わないそうですが、荒らし的行為 (他人のハンドルで書いたり毎回ハンドルを変える等) はやめて欲しいそうです。上記のページからもリンクが張ってあります。

*筑波大学大学院経営システム科学専攻

```
http://www.sodan.ecc.u-tokyo.ac.jp/cgi-bin/qbbs/view.cgi : Q&A
http://www.sodan.ecc.u-tokyo.ac.jp/cgi-bin/sbbs/view.cgi : 雑談
```

講義内容と予定

「情報科学」で学ぶ情報の基本概念としては科目共通で次のものが挙げられています:

- 離散数学
- データのモデル化
  - 対象物，構造，関係，状態変化，相互作用のモデル化
  - データ構造，再帰，オートマトン
- 抽象化の階層
- 離散数と連続数，誤差
- 計算の手間 チューリング機械，アルゴリズム，メタアルゴリズム

取り上げる順序としては、実習に使用する Java 言語での学びやすさも考慮して決めて行き、最終的にはこれらをひととおりカバーするようにします。このため具体的なスケジュールとして、今年はおおよそ次のようなロードマップでやりたいと考えています (冒頭数回ぶん、後半は検討中)。

- プログラムの基本概念と数値型 — 変数、演算、代入、数値のモデル化、数値の表現とその性質
- アルゴリズムとその記述 — アルゴリズム、制御構造、問題の性質の利用、手順の抽象化、再帰
- データ型とデータ構造 — 論理値、文字、文字列、配列、レコード、オブジェクト
- 動的/再帰的データ構造 — 可変長配列、連想配列、連結リスト、階層構造、木構造とそのアルゴリズム
- 抽象データ型 — 名前とその意味、内包と外延、スタック、キュー、デック、グラフとそのアルゴリズム
- アルゴリズム解析 — 時間計算量、空間計算量、整列のアルゴリズム、グラフアルゴリズムの解析、動的計画法

上記のは概要で、細かいところはやりながら決めていく予定です。なお、後半または途中にグラフィクスなども入れるようにしたいです (せっかく Java でやっているので)。では半年間、よろしくお願いいたします。

1 プログラムとモデル化

1.1 アナログとディジタル

コンピュータとは、非常に突き詰めて言えば、ディジタル情報を扱う装置だと言える。そして、これまでであれば「画像ならカメラ」「音ならテープレコーダ」のように種類ごとに別の装置を必要としていたのに対し、計算機は「ディジタル情報であれば何でも扱える」というところが画期的に違っている。

具体的にどう、という話の前に、アナログとディジタルについておさらいをしておこう。**アナログ量** (**連続量**) とは、連続的に変化する値を表す量をいう。長さ、重さ、時間、温度、速度、力の強さなどはすべてアナログ量である。

ディジタル量 (**離散量**) とは、とびとびに変化する値を表す量をいう。ものの個数、組み合わせや場合の数など「数えられる」量がディジタル量に相当する。

量をあらわすときの表し方にも、**アナログ表現**と**ディジタル表現**とがある。たとえばアナログ表現の時計や体重計では、針の位置が連続的に変化することで現在の時刻や体重を表す。一方、ディジタル表現の時計や体重計では、時刻や体重が数字で表される。

一般に、数字で量を表すことは、その数字の桁数で決まる最小単位 (「1 秒」「0.1Kg」など) より細かい部分は省略した「とびとびの」値を表すことになるので、すべてディジタル表現に相当する。

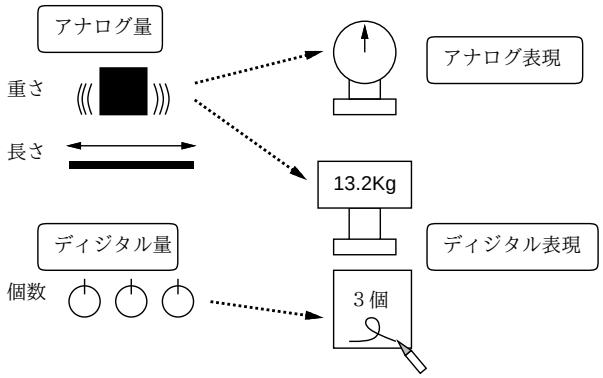


図 1: アナログとディジタル

アナログ表現は、ぱっと見ておよそどれくらいか見てとりやすいという利点があるのに対し、ディジタル表現では数字で表示させるので値を正確に読み取るのに便利だという利点がある。ただし、ディジタル表現では最小の単位よりも細かい違いは読み取れない。

また、値を記録したり伝達するのにはアナログ表現よりもディジタル表現の方が優っている。たとえば、ものの長さを記録するのに、アナログ表現であれば紐などに印をつけて覚えることになるが、紐が伸びてしまったり印がかすれてしまうなどで、後で値を正確に再現できない可能性がある。また、遠くまでその情報を伝達するのも簡単ではない。

しかし、ものさしで長さを測って数字を書き留めておけば (ディジタル記録)、数字が読めなくならない限り値を再現するのも容易であるし、数字を読み上げたりして遠くまで伝達するのも簡単である。ただし、ディジタル表現にした時点でその最小単位より細かい情報は失われていることに注意しなければならない。

以下では簡単のため、「ディジタル表現によって表されている情報」のことを単に**ディジタル情報**と呼ぶことにする。コンピュータ内部ではすべての情報はディジタル表現によって表されている。これを短く書くと「コンピュータはディジタル情報を扱う」ということになる。

1.2 コンピュータとディジタル情報

ディジタル情報とは、別の見かたをすれば「いく通りかの場合のうちのどれか」という情報であると言える。たとえば、人の体重を「少数点以下 2 桁までの Kg 単位」で表すとすると、「000.00Kg ～999.99Kg」までの 100,000 通りの場合のうちのどれか、という情報だと考えることができる (1t 以上の体重の人はいないだろうから)。

このことから、ディジタル情報の最小単位は「2 つのうちのどちらか」という情報だと考えることができる。これを「0/1 のどちらか」で表すこととし、「1 **ビット**の情報」と呼ぶ。たとえば、現在の天気を「雨が降っていない」「雨が降っている」の 2 通りの場合に分けたとすると、その情報をたとえば次のように 1 ビットの情報として表すことができる: [1][2]

[1] ビット (bit) は「2 進表現の 1 桁」(binary digit) から来ているが、「ちょっぴり」という意味の英語でもある。

[2] 前述の「既に知っていることを再度伝えられても情報は増えない」という観点から厳密に言えば「1 ビットのデー

ビット表現	意味
0	雨が降っていない
1	雨が降っている

1 ビットはディジタル情報の最小単位だが、複数のビットを並べた**ビット列**とすることで、より多くの情報を表現できる。たとえば、雨が降っている/いないでは大まかすぎるので、もっと詳しい情報として「晴れ」「曇」「雨」「雪」のどれであるかが知りたいとする。これは、たとえば次のように 2 ビットに対応させて表現できる。

ビット表現	意味
00	晴れ
01	曇
10	雨
11	雪

このように、ビット列の長さを 1 増やすと、表せる場合の数は 2 倍になり、一般に N ビットのビット列では 2^N 通りの場合を表すことができる。

そして、ディジタル情報とは「いく通りかの場合のうちのどれか」という情報なので、すべてのディジタル情報は (必要なだけの長さを決めることによって) ビット列で表すことができる。

コンピュータとはひらたくいえば、ビット列を蓄積/転送/加工するための装置であり、その機能によってあらゆるディジタル情報を取り扱うことができる。さらに、これから実際に見ていくように、人間の介在なしに自動的に処理を行える、という点も重要である。

1.3 モデル化とコンピュータ

モデル (model) とは、何らかの扱いたい対象があって、その対象全体をそのまま扱うのが難しい場合に、その特定の側面 (扱いたい側面) だけを取り出したものを言う。

たとえば、プラモデルであれば飛行機や自動車などの「大きさ」「重さ」「機能」などは捨ててしまい、縮尺/縮小して「形」「色」だけを取り出したもの、と言えるだろう。ファッションモデルであれば、様々な人が服を着る、その「様々さ」を捨てて特定の場面で服を見せる、という仕事だと言える (もちろんそこには服をよく見せるという意図はあるが)。

コンピュータで計算をするのに何でモデルの話をしているのだろう? それは、コンピュータによる計算自体がある意味で「モデル」だからである。たとえば、「三角形の面積を求める」という計算を考える。底辺が 10cm、高さが 8cm であれば

$$\frac{10 \times 8}{2} = 40(cm^2)$$

だし、底辺が 6cm、高さが 5cm であれば

$$\frac{6 \times 5}{2} = 15(cm^2)$$

だ。「電卓」で計算するのなら、実際にこれらを計算するようにキーを叩けばよい:

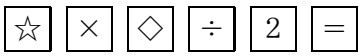
[1] [0] [×] [8] [÷] [2] [=]

しかし、コンピュータでの計算はこれとはちょっと違う。なぜかというと、コンピュータは非常に高速に計算ができるし、また高速に計算するためのものなので、いちいち人間が「計算ボタン」を押していたら人間の速度でしか計算が進まず意味がないからである。そのため、「どういう風に計算をするか」という「**手順**」を予め用意しておき、実際に計算するときは「**データ**」を与えて

タ」と呼ぶ方が正しいかも知れない。また、知らないことであっても「ほとんど雨が降らない地方の天気」であれば、「雨が降っていない」という知らせには新たな価値がほとんどないから情報の量としては小さいものとなる、という考え方で**情報量**を測る理論もある。

それからその「手順」を実行させるとあっという間に計算ができる、という風になっている (もちろん、この「手順」とはプログラムのことだ)。

これを実現するためには、計算の「手順」と「データ」を分けることが必要である。たとえば面積の計算だったら、手順は



みたいに書いてあって、あとで「☆は 10、◇は 8」というデータを与えて一気に計算する、みたいにするわけである。もちろん、「☆は 6、◇は 5」とすれば別の三角形の計算ができる。

これを捉え直すと、「個々の三角形の面積の計算」から「具体的なデータ」を取り除いた「計算のモデル」が手順だ、ということになる。なお、モデルを作る時に「不要な側面を捨てる」ことを**抽象化**という。つまり、具体的な計算を抽象化したものが手順、という言い方をしてもよい。

ところで、コンピュータでの計算はモデル、と言うのにはもう 1 つ別の意味もある。三角形は 3 つの直線 (線分) から成るわけだが、世の中には完璧な直線など存在しないし、まして鉛筆で紙の上に引いた線は明らかに「幅」を持っていて縁はギザギザ曲がっている。また、10cm とか 8cm とか「きっかり」の長さも世の中には存在しない。でも、そういう細かいことは捨てて「理想的な三角形」に抽象化してその面積を考えて計算するわけである。

逆に言えば、コンピュータで計算する時には常に、現実世界のものをそのまま扱うわけではなく、必要な部分だけをモデルとして取り出し、それを計算している、ということになる。この意味での抽象化やモデル化には、皆さんはこれまで数学の一環として多く接して来たと思うが、これからはコンピュータでプログラムを扱う時にもこのようなモデル化を多く扱って行く。

1.4 アルゴリズムとその記述方法

前節における「三角形の面積の計算方法」のような、計算 (や情報の加工) の手順のことを**アルゴリズム** (algorithm) という。ある手順がアルゴリズムであるためには、次の条件を満たす必要がある。

- 有限の記述でできている
- 手順の各段階に曖昧さがない
- 手順を実行すると常に停止して求める答えを出す

最初の条件については、「無限に長い」記述は書くこともコンピュータに読み込ませることも不可能だから当然である。2 番目については、曖昧さがあってはそれをコンピュータで実行させるようにできないため、当然である。3 番目の条件ついてはどうだろう。実際にコンピュータのプログラムを書いてみると、手順に問題があって実行が止まらなくなることは頻繁に経験する。そのようなものはアルゴリズムとは言えない。

また、停止することを条件にしておかないと、アルゴリズムの正しさについて論じることが難しい。たとえば、「このプログラムは永遠に計算を続けるかも知れませんが、停止したときは億万長者になる方法を出力してくれます」と言われて、それを実行していつまでも止まらない (ように思える) 時、上の記述が正しいかどうか確かめようがない。(実は無限に計算を続けるだけのプログラムでも上の記述にはあてはまってしまう。)

アルゴリズムを考えたり検討するためには、それを何らかの方法で記述する必要がある。その記述方法としてはさまざまなものがあるが、ここでは手順や枝分かれなどをステップに分けて日本語で記述する、**疑似コード**と呼ばれる方法を使う。**コード**とは「プログラムの断片」という意味であり、「疑似」というのはプログラム言語ではなく日本語を使うから、という程度の意味あいである。

たとえば、先の三角形の面積計算のアルゴリズムを疑似コードで書くと次のようになる:

- 底辺 w を入力する。
- 高さ h を入力する。
- s ← $\frac{w+h}{2}$。
- 面積 s を出力する。

このように、コンピュータで扱う場合には「データを読み込む」「結果を出力する」なども手順の一環として明示的に記述していく必要がある。

1.5 変数と代入/手続き型計算モデル

上のアルゴリズム中で次のところをもう少しよく考えてみよう。

- s ← $\frac{w+h}{2}$。

この「←」は**代入**を表す。代入とは、右辺の**式**で表された値を計算し (計算は電卓で計算するのと同じようなもの)、その結果を左辺に書かれている**変数**に「格納する」「しまう」ことを言う。つまり、「w と h を足して、2 で割って、結果を s のところに書き込む」という動作を表している。

数式であれば $s = \frac{w+h}{2}$ ならば $h = 2s - w$ のように変形できるわけだが、アルゴリズムの場合は式は「この順番で計算する」代入は「結果をここに書く」というだけの意味だから、そのよな変形はできないし無意味だ、ということに注意が必要である。(しかも困ったことに、多くのプログラミング言語では代入を表すのに文字「=」を使うので混乱しやすい。)

これをモデルという立場からとらえると、式は「コンピュータの演算回路による演算」を抽象化したもの、変数は「コンピュータ内部の主記憶 (メモリ) やレジスタなどのデータ格納場所」を抽象化したもの、そして代入は「格納場所へのデータの格納」を抽象化したもの、と考えることができる。

このような、式による演算とその結果の変数への代入によって計算が進んで行くようなモデルを**手続き的**計算モデル、と呼び、そのようなモデルに基づくプログラミング言語を**手続き型言語**と呼ぶ。手続き型計算モデルは、上述のように現在のコンピュータとその動作をそのまま素直に抽象化したものになっている (そのため最も古くからある計算モデルでもある)。

コンピュータによる計算を表すモデルとしては他に、関数とその評価に土台を置く関数型モデルや、論理に土台を置く論理型モデルなどもあるが、上記のような理由手続き型モデルが今のところもっとも広く使われている。

2 アルゴリズムとプログラミング言語

2.1 プログラミング言語

「プログラム」とは、アルゴリズムを実際にコンピュータ与えられる形で表現したものであり、その具体的な「書き表し方」がプログラミング言語である。「言語」という名前はついているが、プログラミング言語は「日本語」や「英語」などの「自然言語」とは違って、あくまでコンピュータに読み込ませて処理できることが前提の「人工言語」であり、そのため書き方も杓子定規なのがふつうである。

プログラミング言語も、すでにご存じと思うが、さまざまな特徴を持つさまざまなものが使われている。ここでは Java と呼ばれる言語を用いる。Java は、C や C++といった言語に比べると「型とか例外とかについてきっちり書かせることで、お行儀のよいプログラミングを行う」という特徴があるので、その意味では入門教育にも向いていると考え、ここで採用するものである。

2.2 Java 言語による記述

では、三角形の面積計算アルゴリズムを Java のプログラムに直してみる:

```
import java.io.*;

public class Sample1 {
  public static void main(String[] args) throws Exception {
    BufferedReader in = new BufferedReader(new InputStreamReader(System.in));
    System.out.print("w = ");
    double w = (new Double(in.readLine())).doubleValue();
    System.out.print("h = ");
    double h = (new Double(in.readLine())).doubleValue();
    double s = (w * h) / 2.0;
    System.out.println("s = " + s);
  }
}
w
```

先の疑似コードと比べてみると、いろいろ細かい記述が増えているので、順次説明しよう。

1. Java のプログラムは「クラス」と呼ばれる単位の集まりである。もっとも単純なプログラムはクラス 1 つだけだから、次の形をしている。

   ```
   public class クラス名 {
     中身...
   }
   ```

2. プログラムとして実行するクラスは、main というメソッド (手順を記述する単位) を持たなければいけない。そしてそれは次の形をしている。

   ```
   public class クラス名 {
     public static void main(String[] args) throws Exception {
       手順の中身...
     }
   }
   ```

3. キーボードからの入力ではだいたい「1 行読む」という機能を使うことが多いのだが、なぜか Java の標準の入力機能ではこれがついていないので、以下の例題ではすべて BufferedReader というクラスの 1 行入力機能を使う。このクラスは java.io パッケージに入っているので、先頭に「import java.io.*;」という指定 (おまじない) が必要である。また、まず BufferedReader を in という変数に入れて置くことにするので、併せて次のようになる。

   ```
   import java.io.*;

   public class クラス名 {
     public static void main(String[] args) throws Exception {
       BufferedReader in = new BufferedReader(new InputStreamReader(System.in));
       本来の中身...
     }
   }
   ```

   BufferedReader は 1 文字単位の入力を行うクラス InputStreamReader を利用し、InputStreamReader は System.in に入っている InputStream を利用することになる。

4. ここからいよいよ手順の中身になる。まず幅を入力してもらうのだが、何を入力するのか分からないと利用者に不親切なので「これこれを入力してね」というメッセージを最初に表示する。

   ```
   System.out.print("w = ");
   ```

   System.out.print(...) というのは文字列を行かえなしで画面に表示する。個々の動作は最後に ; を入れて区切る。動作は 1 つずつ順に実行されていく。

5. 次に 1 行ぶんの文字列をキーボードから読み込み、それを実数値に変換して変数 f に入れる (詳しい説明はちょっと後まわし)。

```
double w = (new Double(in.readLine())).doubleValue();
```

6. 高さについても幅と同様。
7. w と h の値を元に面積を計算し、実数変数 s に入れる。

```
double s = (w * h) / 2.0;
```

なお、Java など普通のプログラミング言語では数式は 1 行に書かないといけないため割り算には「/」をつかい、適宜かっこでくくる。また変数名も 1 文字とは限らないので掛け算も「*」で表す。ついでながら、「%」という演算子もあり、これは「剰余」(割った余り) を計算する。

7. 結果を表示する。System.out.println(...) は前述の System.out.print(...) とほぼ同じだが、行替えをおこなう。

```
System.out.println("s = " + s);
```

なお、「+」は両辺のどちらかが文字列 ("...") のときは足し算ではなく文字列の連結演算になり、他方も文字列に変換される。

以上で手順の中身はおしまいである。

要は、プログラミング言語というのはコンピュータに対して実際にアルゴリズムを実行する際のありとあらゆる細かい所まで指示できるように決めた形式であり、だからプログラムのどこか少しでも変更するとコンピュータの動作もそれに相応して変わるか、(もっとよくあることだが) そういう風には変えられないよ、と怒られることになっている。いくら怒られても偉いのは人間であってコンピュータではないのだから、そういうものだと思って許してやって頂きたい。

2.3 動かしてみよう!

では実際にこれをコンピュータで動かそう。まず、Terminal アプリケーションを起動してコマンドが打ち込める窓を出す。以下、コンパイル等はすべてコマンドを打ち込んで実行させることを前提とする。

まず、エディタ (Emacs でもテキストエディットでもそれ以外のものでも、好きなものでよい) で上と同じ内容を「Sample1.java」というファイルに打ち込む。Java プログラムを入れるファイルはかならずクラスの名前と大文字小文字まで含めて同じにして、その後に「.java」をつけた名前にしなければならない。

次にこのプログラムを実行に適した形に変換する。これをコンパイルする、という。なお、コンパイルする前の (人間が読める形の) プログラムを「ソースプログラム」と呼ぶ。Java のコンパイルには javac コマンドを使う (システムによってはちょっと時間が掛るかも)。

```
% javac Sample1.java
%
```

なお、「%」はコマンドプロンプト (次のコマンドを受け付けますよ、という印のつもり。コンパイルする時に、プログラムの形に整っていない点やおかしい点があればメッセージがでる。何もメッセージがでなければ成功で、Sample1.class という出力ファイルができている。

次に、このプログラムを実行するには java というコマンドを使う。なお、java コマンドではクラス名の部分だけを指定すること。実行が始まるとすぐ最初のメッセージがでて来るので、底辺と高さを入力してあげよう。

```
% java Sample1
w = 5
h = 7
s = 17.5
%
```

苦労のわりにはあんまり大したことはない感じだが、まあ初心者の第 1 歩ということで、そうがっかりしないで戴きたい。

演習 1 例題の面積計算プログラムをそのまま、打ち込んで実行させてみよ。入力に数字でないものを入れるとどうなるかも試せ。

演習 2 動いたら、"..."の中身を別のものに変更したり、System.out.println を 2 回行うなど、プログラムを直して再度実行し、変更の結果が反映されることを確認せよ。
注意! ファイル名を変更する場合はクラス名も変更する必要がある。また、クラス名に「-」は (マイナス演算になってしまうので) 使えない。「_」は使えるので、たとえばクラス名を「Sample1_1」にして、ファイル名を「Sample1_1.java」にするなど、適当に工夫してください。

演習 3 次のような動作をするプログラムを書いて動かせ。

a. 2 つの実数を入力し、その和を出力する。
b. 2 つの実数を入力し、その和、差、積、商を出力する (さまざまな値について計算し、何か気がついたことがあれば述べよ)。
c. 円錐の底面の半径と高さを入力し、体積を出力する。
d. 円錐の底面の半径と高さを入力し表面積を出力する。
e. 実数 x を入力し、x を 10 で割った結果、および x の 0.1 倍を出力する (もし何か気がついたことがあれば述べよ)。
f. 実数 x を入力し、x の平方根を出力する (さまざまな値について計算し、何か気がついたことがあれば述べよ)。
g. 実数 x、y を入力し、剰余演算子 x % y の結果を出力する (さまざまな入力について試し、剰余演算子がどのような結果を返すかまとめよ)。
h. その他、自分が面白いと思う計算を行うプログラムを作って動かしてみよ。

なお、x の平方根は Math.sqrt(x) で計算できます。

2.4 うんちく: 値とオブジェクト

Java が扱うデータには大きく分けると「値」と「オブジェクト」の 2 種類があり、その区別は次のようになっている。

- 値 — 数値 (四則演算の対象になるもの) と、文字。四則演算程度の機能だけを持つ。単純なデータ。
- オブジェクト — さまざまな「もの」を表すデータ。込み入った構造や機能を持つことができる。クラスによって定義され (てい) る。言い替えればクラスとはオブジェクトの種類である。

値の種類とオブジェクトの種類 (クラス) を合わせたものを「型」といい、Java ではすべての変数 (値やオブジェクトを入れておくいれもの) は

```
型 変数名;
型 変数名 = 初期値;
```

の形で宣言することになっている。

値としては int(整数)、char(文字)、float(実数)、double(倍精度 — 精度の高い — 実数)、などがある。一方、文字列などは複雑な構造を持つ (中に文字がたくさん詰まっている) のでオブジェクトで表す。ところが困ったことに、整数や文字などを表すオブジェクトも別途ある。これは「値」の方はデータの変換などの込み入った機能が入れられないため。そのような値とクラスを次に示しておく。クラス名は大文字で始まることに注意。

種別	値	クラス
真偽値	boolean	Boolean
整数	int	Integer
文字	char	Character
実数	float	Float
倍精度実数	double	Double

あと、先のプログラムでてて来たクラスについても説明しておく。

クラス	説明
String	文字列 (文字のならび)
BufferedReader	1 行入力機能を持った入力ストリーム
InputStreamReader	1 文字入力機能を持った入力ストリーム
InputStream	バイト単位入力ストリーム
PrintStream	画面表示用ストリーム

最後の 2 つはプログラムの上でその名前が出てこなかったが、実は System.in は InputStream オブジェクト、System.out は PrintStream オブジェクトを表している。

オブジェクトを作るには特別な演算 new を使って

```
new クラス名 (...)
```

とする。かっこの中は空っぽのこともあるし、作るに当って必要なデータを渡すこともある。

オブジェクトは値にない特徴として、「メソッド」を持てる。たとえば BufferedReader オブジェクトの readLine() メソッドを使うと、入力元から 1 行を読み込んでその内容を文字列オブジェクト (String オブジェクト) として返してもらうことができる。メソッドを呼ぶときは

```
オブジェクト. メソッド名 (パラメタ…)
```

という形を使う。パラメタは空っぽでもよい。ついでながら、クラスに対してもメソッドを持たせることができる。こちらは

```
クラス名. メソッド名 (パラメタ…)
```

で呼び出す。これらの解説の上で、ようやく残っていた説明ができる。

```
double w = (new Double(in.readLine())).doubleValue();
```

ここでは、まず

```
in.readLine()
```

で、変数 in に格納されている BufferedReader オブジェクトのメソッド readLine() を呼び出す。このメソッドは入力先 (この場合はキーボード) から 1 行ぶんの文字を読み、それらをまとめた String オブジェクト (文字列) を返す。次に

```
new Double(...)
```

で、読み込んだ String オブジェクトが表現しているのと同じ値を持つ Double オブジェクトを作る。次に

```
(...).doubleValue()
```

を呼ぶことで Double オブジェクトが表している倍精度実数の「値」を double(小文字!) 型の値として取り出す。そして

```
double f = ...
```

でその値を変数 w に格納するわけである。このように、プログラミング言語ではコンピュータに対するさまざまな/多様な指令をけっこう「ぎゅっと」詰まった形で指定することができる。

3　コンピュータ上での数値の表現

3.1　十進表現と二進表現

コンピュータが作られた最初の目的は、人間に替わって文字通り「計算」を高速に/大量に/正確に行うことだった。このため、コンピュータでもっとも最初に扱われたデータの種類は**数値**だった。

数を表現する方法としては、漢数字 (一、二、三、四、…、九、十、十一、十二、…) やローマ数字 (I、II、III、IV、…、IX、X、XI、XII、…) などもあるが、**アラビア数字** (0〜9 の数字) を用いた**位取り記法**が圧倒的に多く使われている。これは、位取り記法がなければ計算はほとんど不可能だからである。(たとえば千三百二十八から八百十三を「0〜9」で書き直さずに引き算してみれば分かる。)

我々が使う (**十進表現**ないし**十進法**の) 位取り記法では、数字として 0〜9 までの 10 種類ですべての数を書き表し、その値は桁が 1 増えるごとに十倍になる。たとえば「120」は「12」の十倍である。これは次のように説明できる:

$$1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 0 \times 10^0$$
$$1 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

つまり、(十進表現の) 位取り記法で表された数は、左から順に $10^0 = 1$ 倍、$10^1 = 10$ 倍、$10^2 = 100$ 倍、…された値を表しているものとして扱われる。これによって、数字は 0〜9 までしかないのに、それを「並べる」ことでいくらでも大きな数が表せるわけである。

ところで、この「10」という値は特別ではなく、別の数を用いることもできる。この、位取りの基準となる数を**基数**と呼ぶ。我々が基数として「10」を使っている (十進表現を使っている) のは、単なる偶然 (指が 10 本あるから?) とされている。

これがもし「三進表現」であれば、数字として「0、1、2」の 3 種類を用い、1 桁右に行くごとに 3 倍の値を表すことになる。たとえば三進表現の「120」は次のように十進表現の「15」を表している (添字にかっこつきの数を書いて基数を表している)。

$$120_{(3)} = 1 \times 3^2 + 2 \times 3^1 + 0 \times 3^0 = 15_{(10)}$$

そして、コンピュータではおもに**二進表現** (ないし**二進法**) が使われる。これは、コンピュータの実現に使う電子回路では「電流が流れている/いない」「電圧がある/ない」など 2 つの状態を持たせる回路が作りやすいためである。[3][4]

二進表現では、数値として「0、1」の 2 種類を用い、1 桁右に行くごとに 2 倍の数を表すことになる。たとえば「$1010_{(2)}$」は次のように十進表現の 10 を表す:

$$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 8_{(10)} + 2_{(10)} = 10_{(10)}$$

3.2　負の数の表現と二の補数

上で説明した二進表現では、N ビットの場合 0〜$2^N - 1$ までの範囲の数が表せることになる。これを (負の数が含まれないという意味で) **符号なし二進表現**と呼ぶこともある。

しかしコンピュータでの計算では、負の数も当然扱いたい。このため、1 ビットを**符号ビット**として用い、正負の数をともに扱うような表現方法が複数作られた。ここではその中から、現在ほとんどのコンピュータで採用されている**二の補数表現**について説明する。

二の補数表現とは、簡単に言えば「符号なし二進表現の上半分 (再上位ビットが 1) の範囲を、そのまま負の数の側に移したもの」と考えるとよい。たとえば、3 ビットの符号なし二進表現と二の補数の対応は次のようになっている:

[3] コンピュータの黎明期に、日本の独自技術として、3 状態を持つ回路素子を使ったコンピュータが作られたことがあり、そこでは三進表現が採用されていた。

[4] 二進表現/十進表現された数のことを**二進数**/**十進数**と呼ぶ流儀もあるが、数そのものはどのように表記しても同じなので厳密に言えばおかしい用語である。また、数学では素数 p に対する「p **進法**」という用語を全く別の意味で用いる。

値	二進	二の補数
7	111	
6	110	
5	101	
4	100	
3	011	011
2	010	010
1	001	001
0	000	000
-1		111
-2		110
-3		101
-4		100

つまり、3 ビットの符号なし二進表現では 0〜7 の範囲の値が表せるが、二の補数では −4〜3 の範囲の値が表せる。二の補数表現の特徴として、符号なし二進表現の計算と同じ回路で (単に最上位からの桁上がりを無視するだけで) 負の数を含んだ計算がそのまま行える、という点があげられる。

たとえば「$-2+3=1$」は「$110+011=(1)001$」となり、確かに最上位の桁上がりを無視する点以外は符号なし二進表現と同じ計算で行えている。

また、数の符号を反転する (マイナス 1 を掛ける) 操作は、「各ビットの 0/1 を反転してから 1 を足す」操作で行える。たとえば、3 は「011」なので、その 0/1 を反転して「100」、さらに 1 を足すと「101」となり、これは確かに −3 の二の補数になっている。逆も一応示しておくと、「101」→「010」→「011」で確かに元の 3 に戻る。

符号なしの整数ついても 2 の補数表現の整数についても、整数という本来は無限個あるもののなかから、与えられたビット数で表せる有限の範囲を「切り取って来て」表現しているため、演算の結果が表せる範囲を超えてしまうと正しくない結果が得られる。具体的には「正の数と正の数を足したのに負の数になった」等のことが起こる。このような、扱える範囲を越える演算を行ったために結果が正しくなくなることを一般に**あふれ** (overflow) と呼ぶ。

また、2 の補数ではマイナスの数は 0 以上の数より 1 個多く表せるため、「符号を反転したのにまた元の数に戻ってしまう」数が存在したりする (この場合もあふれが起きている)。コンピュータで数値を扱う時は、このようなことを常に意識しておく必要がある。

演習 4 Java 言語では、整数型 (`int`) は 32 ビットの 2 の補数によって表現されている。この表現での「表せる限界を超えた計算を行った結果正しくない結果が得られる」例を、Java 言語のプログラムを作って実験し確かめよ。「どのような場合に、どのような正しくない結果」が得られるかについても考察すること。

この課題をやる場合に「整数を」入力する必要があるときは、入力のところを次のようにして `int` 型で受け取るようにしてください。

```
int x = new Integer(in.readLine()).intValue();
```

`int` と `double` が混ざっているとすべて `double` に変換して計算されるので、`int` に統一する必要があります。なお、演習 4〜6 の課題は入力なしで (データもプログラム中に書き込む形で) 作っても構いません。

3.3 浮動小数点

ここまでは「正負の整数」を扱って来たが、数にはもちろん小数点つきの数もある。数学の世界では「整数」は「実数」の真部分集合だが、コンピュータ上の数の表現の場合は「整数」と「実数」はまったく違った性質を持っている。そのことを考えてみよう。

具体的には、有限のビット数で実数を表すのにはどうしたらいいだろうか? たとえば、10 進数で 8 桁ぶんの整数を表す方法があるのなら、そのうちの下から 4 桁が小数点以下、その上が小数点以上、のように考えればそれで小数点つきの数が表せるのではないだろうか?

□□□□. □□□□

このような考え方を、小数点が決まった位置に固定されていることから**固定小数点**による実数表現と呼ぶ。しかし実際には、この方法はあまりうまく行かない。というのは、科学技術計算ではすぐに「30,000,000」だとか「0.0000001」のような数値が出て来るので、この方法ではすぐに限界になってしまうからである。

ではどうしたらいだろうか。そのヒントは、理系では上のような数値の表現ではなく、「3×10^8」とか「1×10^{-6}」のような記法が多く使われる、というところにある。つまり、1 つの数値を**指数** (桁取り) と**仮数** (有効数字) に分けて扱うことで広い範囲の数値を柔軟に扱うことができるわけである。この方法は、指数によって小数点の位置を動かすものと考えて**浮動小数点**と呼ばれる。

たとえば、同じ 10 進数 8 桁ぶんでも、6 桁の有効数字と 2 桁の指数に分けた浮動小数点表現を扱うとすれば、表せる絶対値のもっとも大きい数は「$\pm$ 9.99999×10^{99}」、0 でない絶対値のもっとも小さい数は「0.00001×10^{-99}」ということになり、ずっと広い範囲の数が扱えることになる。

実際にはコンピュータでは 2 進法を使うため、上と同様のことを 2 進表現で行っている。たとえば、Java 言語の `double` 型では符号 1 ビット、仮数部 52 ビット、指数部 (符号含む)11 ビット、合計 64 ビットの浮動小数点表現が使われている (この割り当ては IEEE754 と呼ばれる規格に従ったものであり、Java 以外の言語でもおおむね共通している)。

浮動小数点を用いた実数表現には、整数の表現とはまた違った注意点がある。まず、有効数字は当然ながら有限なので、その範囲で表せない結果の細かい部分は丸め (十進表現で言えば四捨五入) が行われて、**丸め誤差**となる (言い替えれば、コンピュータによる実数計算は基本的に近似値による計算を行っているものと考えるべきである)。

また、絶対値が大きく異る 2 つの数を足したり引いたりすると、絶対値が小さい方の数値の下の桁は (演算のための桁揃えの結果) 捨てられてしまうので、これも誤差の原因となる (**情報落ち**という)。極端な例として、演算した結果が元の (絶対値が大きい) 数のまま、ということも起こる。これは、たとえば図 2 のような例を思い浮かべて見れば分かる。

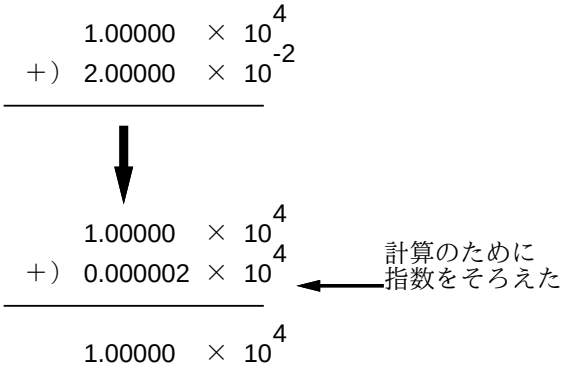


図 2: 浮動小数点演算の弱点

逆に、非常に値が近い数値どうしを引き算する場合も、上の方の桁がすべて 0 になるため、結果は元の数の下の部分だけから得られたものとなり、やはり誤差が大きくなる。これを**桁落ち**という。

なお、整数では全てのビットのパターンを数値の表現として使っていたが、浮動小数点では指数部と仮数部の組み合わせ方に制約があるので (たとえば仮数部が 0 であれば値が 0 なので指数部には意味がなく、このときは指数部も 0 にしておくのが普通)、これを利用して「+∞」「-∞」「NaN (Not a Number、非数)」などの特別な値を用意している。また、0 にも「+0」と「-0」があったりする。

演習 5 `double` 型の浮動小数点の演算で誤差が現れるような計算の例を Java プログラムを作って試してみよ。どのような場合にどのような誤差が現れるかについて考察すること。

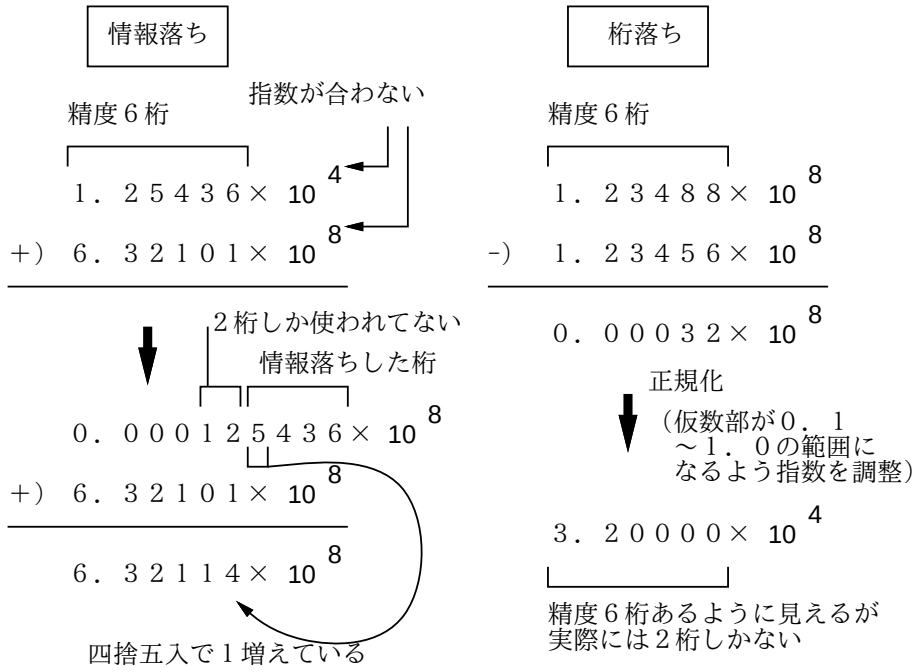


図 3: 情報落ちと桁落ち

演習 6 `double` 型の浮動小数点の演算で±∞、NaN、-0 などが現れるのはどんな場合かについて Java プログラムを作って試してみよ。単にどうやったらどうなっただけでなく、一般的にどうなっていると思うか考察すること。

A　本日の課題 1A

今日は「演習 3」で動かしたプログラム (どれか 1 つでよい) を含む小レポートを久野まで電子メールで送ってください。メールアドレスは

`kuno@mail.ecc.u-tokyo.ac.jp`

です。具体的な内容は次の通り。

1. Subject: は ASCII(いわゆる半角) 文字で「Report 1A」とする。
2. 学籍番号、氏名、投稿日時を書く。
3. 「演習 3」で動かしたプログラムどれか 1 つのソース (冒頭に何のプログラムかくらいは説明をつけてください)。コピー&ペーストなどで挿入すること (エンコードされた添付ファイルはいちいち解読する手間が掛けられないので避けてください)。
4. 以下のアンケートの回答 (簡単でよい)

   Q1. プログラム、って恐そうですか? 第 2 外国語と比べてどう?

   Q2. Java 言語のプログラムを打ち込んで実行してみて、どのような感想を持ちましたか?

   Q3. 本日の全体的な感想と今後の要望をお書きください。

B　次回までの課題 1B

次回までの課題は「演習 3」の (小) 課題 (ただし 1A で提出したものは除外)、「演習 4」～「演習 6」を合わせたものから 2 つ選択してプログラムを作り考察も含めて報告すること。「演習 4」～「演習 6」のうちから最低 1 つは選ぶこと。

レポートは授業開始時までに、上記と同様に久野までメールで送付してください。具体的な内容は次の通り。

1. Subject: は「Report 1B」とする。
2. 学籍番号、氏名、投稿日時を書く。
3. 選んだ課題プログラム 1 つのソース。
4. 説明と考察。
5. 選んだ課題プログラムもう 1 つのソース。
6. 説明と考察。
7. 下記のアンケートの回答。

   Q1. プログラムを作るという課題はどれくらい大変でしたか?
   Q2. コンピュータでの数値の計算に対する数学とは違う挙動についてどう思いましたか?
   Q3. 課題に対する感想と今後の要望をお書きください。

C　その他

注意! 自動集計する都合上、レポートのメールはすべて東大 ECC のアカウントから出してください。自宅等、別のアカウントから来たものは「保留」します (後日東大 ECC から同じものを送ってもらった時点で受理します)。よろしく。

レポートは× (提出なし)、△ (遅刻、保留、ないし内容に問題)、○ (普通)、◎ (特に買うべき点がある)、の 4 段階で評価します。昨年の状況から言って、「◎」がある程度ないと成績「A」をつけるのは難しそうです (「A」の比率に制限があります)。

「◎」の基準ですが、久野から見て「これは工夫されている/買える/よいアイデアがある」と判断したものに差し上げます。プログラムが高度ならいいとかいうものではなく、その人のレベルから見て工夫があれば買いますから、初心者の人もにも十分チャンスがあります。頑張ってください。

なお、レポートにアンケートの回答が付随していなかったり、回答として内容のないもの (例: 全項目に「よくわかりません」「?」「むずい」等の記入しかないもの) は△になると思ってください。アンケートは授業内容に関する重要なフィードバック材料ですので、簡単でいいですからちゃんと記入してください。遅刻の「△」は差し替えませんが、アンケート等の内容不完全で「△」のものは後日適切なものを再提出して頂ければ「○」に差し替えます。

その他、個人的な質問等があればいつでも、メールで久野 (上記メールアドレスです) あてお知らせください。ただしレポートと混同するような Subject:は避けてくださいね^_^;。課題の分からないところ等、全般的な質問であれば掲示板の方がよいと思います。

次回から資料は自分で打ち出してきてください。本クラスの Web ページの「資料」ページに資料の PDF 版へのリンクを起きますから、自宅でも大学ででも打ち出してください。授業時に資料を持って来てないと時間を無駄にしますから、必ず予め打ち出し、できるだけ目を通して来てください。印刷がもったいないからと画面で見るだけで済ませる人がいますが、久野個人としては「紙に打ち出して繰り返し資料を読む」ことが上達の早道だと考えています。いくら紙が節約できてもプログラミングで挫折したら大損でしょう?